



# 2022「中技社科技獎學金」

2022CTCI Foundation Science and Technology Scholarship

## 研究獎學金

Research Scholarship

### Study on MDOF Structural Dynamic Analysis Considering Soil-Structure Interaction by Z transferred Frequency-dependent Foundation-Soil Impedance Function

#### 以Z轉換處理頻率相依土壤阻抗函數進行考量土壤結構互制效應之多自由度系統結構動力分析之研究



國立臺北科技大學

土木工程系土木與防災研究所

趙國宏

指導教授：宋裕祺 教授

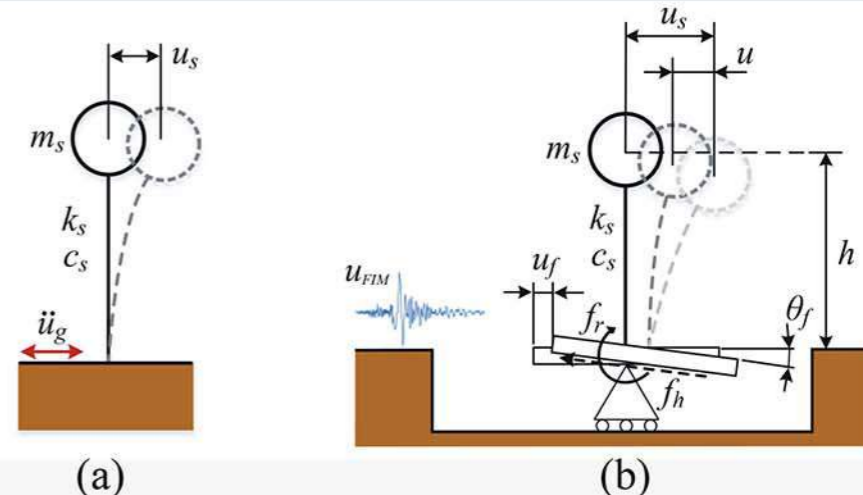
#### 研究概述

本研究探討於土壤-結構互制作用下結構系統之能量表現。因土壤為頻率相依之特性，本研究採用離散時間遞迴濾波方法和頻率相依之基礎-土壤阻抗函數來實現時、頻域轉換，以求得施加在系統基礎上的外力。接著推導了土壤-基礎-結構系統在地震動作用下的運動方程式。透過運動方程式進一步獲得能量方程，目的是檢查系統的土壤阻尼和能量分佈特性。最後，以一個剛性圓盤形基礎之橋墩結構系統作為案例分析，該橋墩坐落於均勻半無限空間土壤上並受到不同的地震動作用。從能量耗散的角度比較了不同的土壤條件、上部結構週期與不同地震特性之影響。

#### 研究重點

##### 三自由度之土壤-基礎-上部結構系統

右圖(a)說明了一個固定基礎上的單自由度系統。通過假設單自由度系統於不考慮SSI的情況下，受到自由場之地震動影響。而右圖(b)顯示了由土壤、基礎和上部結構組成的三自由度SFS系統。考慮SSI之三自由度SFS系統是包含上部結構質心點位移 $u_s$ 、基礎水平位移 $u_{FILM}$ 和基礎轉角 $\theta_f$ 。在右圖(b)中， $m_s$ 、 $c_s$ 和 $k_s$ 分別表示上部結構的質量、阻尼和勁度； $h$ 是上層建築質量的高度。 $u_s$ 和 $u_f$ 是系統的相對水平位移。基礎-土壤組合的動態勁度和阻尼特性近似為基礎水平力，以 $f_h$ 和 $f_r$ 表示。



##### 土壤-結構互制效應

$K(a_0)$ 是FSI函數的一般形式(Sieffert and Cevaer 1991)： $K(a_0) = K_j[k(a_0) + ia_0c(a_0)]$

其中， $K_j$ 是土壤阻抗的靜態分量， $j$ 表示水平位移 $h$ 、垂直位移 $v$ 或旋轉角 $r$ 。 $k(a_0)$ 和 $c(a_0)$ 係無因次頻率 $a_0$ 的函數，分別是頻率相依的勁度和阻尼分量。

另一方面，線性遞迴離散時間濾波器的有限差分方程表示如下 (Carlson 1998)： $y[nT] + \sum_{i=1}^k a_i y[(n-i)T] = \sum_{j=0}^p b_j x[(n-j)T]$

其中， $T$ 是採樣時間， $n$ 是於 $T$ 中的各個時間點； $k$ 和 $p$ 表示濾波器的階數， $a_i$ 和 $b_j$ 是常數係數。 $y[nT]$ 和 $x[nT]$ 分別是這個離散時間濾波器的輸出和輸入信號。為了防止離散時間濾波器在時域中具有複雜的捲積過程，使用了Z轉換離散時間無限脈衝響應濾波器(IIRF)。

FSI函數說明 $K(a_0)$ 使用兩個複數多項式表示，類似於方程式中IIRF的傳遞函數 $H(z)$ 。因此，施加在基礎上的離散時間力量歷時 $f(t)$ 以 $H(z)$ 和有限差分方程式來求取。土壤阻抗近似為基礎的水平力表示為 $f_h$ 和 $f_r$ ： $f_{h,n} = b_{h,0}u_{f,n} + \sum_{j=1}^p b_{h,j}u_{f,n-j} - \sum_{i=1}^k a_{h,i}f_{h,n-i}$  &  $f_{r,n} = b_{r,0}\theta_{f,n} + \sum_{j=1}^p b_{r,j}\theta_{f,n-j} - \sum_{i=1}^k a_{r,i}f_{r,n-i}$

##### 運動方程式

三自由度之SFS系統，其運動方程可以表示如下：

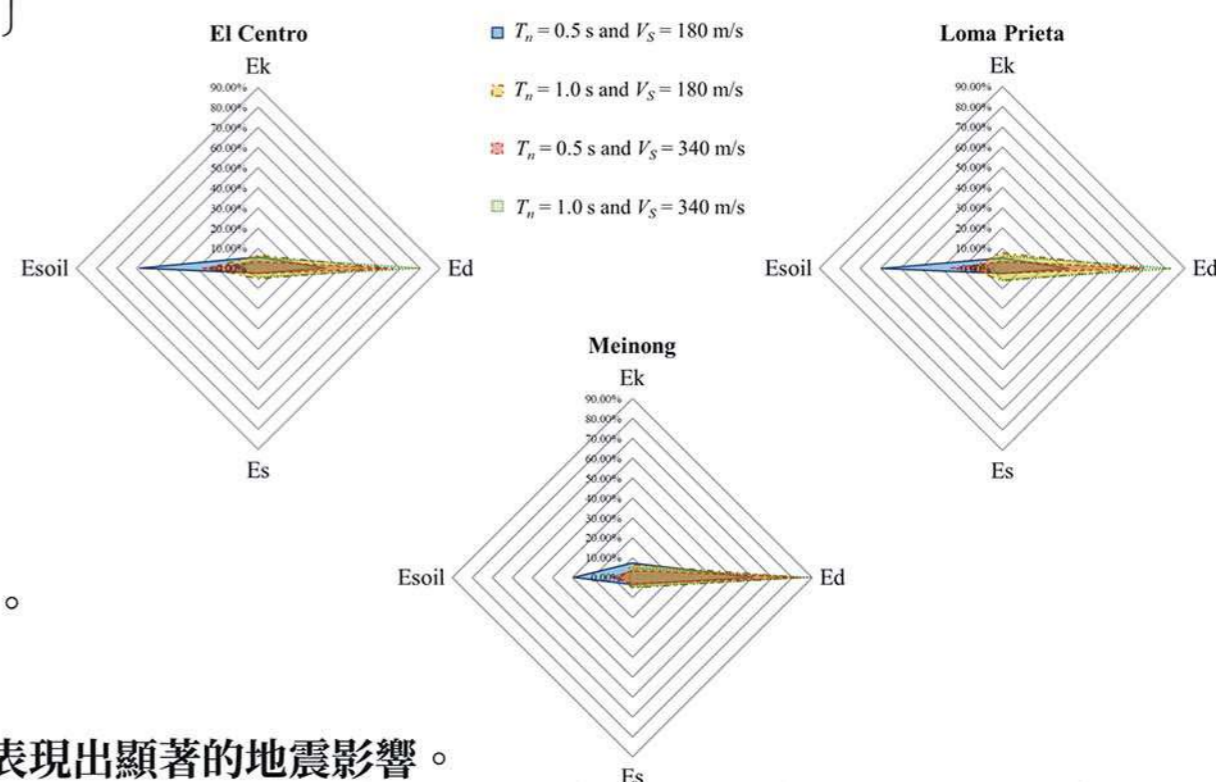
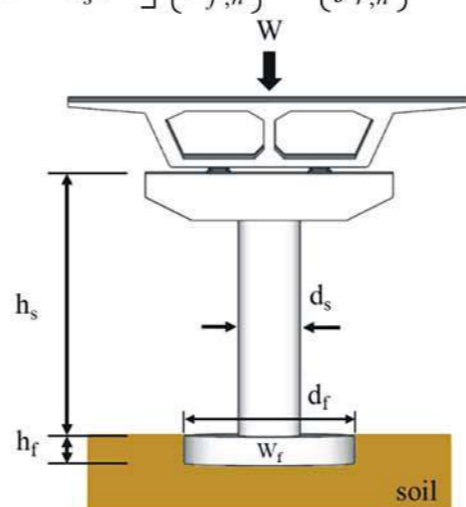
$$\begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 \\ 0 & m_f & 0 \\ 0 & 0 & I_f \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{s,n} \\ \ddot{u}_{f,n} \\ \ddot{\theta}_{f,n} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_s & -c_s & -c_s h \\ -c_s & c_s & c_s h \\ -c_s h & c_s h & c_s h^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_{s,n} \\ \dot{u}_{f,n} \\ \dot{\theta}_{f,n} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_s & -k_s & -k_s h \\ -k_s & k_s & k_s h \\ -k_s h & k_s h & k_s h^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{s,n} \\ u_{f,n} \\ \theta_{f,n} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ f_{h,n} \\ f_{r,n} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m_s \\ m_f \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{u}_{g,n}$$

##### 能量方程式

將運動方程式分別對 $u_s(t)$ 、 $u_f(t)$ 和 $\theta_f(t)$ 積分，得到各個自由度的能量方程。從能量耗散機制的角度，可將能量分為動能 $E_k(t)$ 、阻尼能 $E_d(t)$ 、彈性應變能 $E_s(t)$ 、土壤能量 $E_{soil}(t)$ 和輸入能量 $E_{in}(t)$ 。

#### 研究成果

以單一橋墩（三自由度SFS系統）組成的橋梁模型來示範所提出的方法，探討了兩種結構週期（即 $T_n = 0.5$ 和 $1.0$  s）。此外，還考慮了剪力波速度 $V_s = 180$ 和 $340$  m/s的兩種土壤條件，並以三個具有代表性的地震動記錄—El Centro 1940、Loma Prieta 1989和Meinong 2016—作為輸入並進行探討。



綜整出以下幾個定性和定量的結論：

- (a) 上部結構之阻尼能量和土壤能量佔總輸入能量較大的比例，符合基本能量消散機制。
- (b) 無論地震特性或結構週期為何，土壤條件較軟的系統會產生較大的土壤能量。
- (c) 無論地震特性或土壤條件為何，結構週期較短的系統會產生較大的土壤能量。
- (d) 與固定基礎系統相比，不同地震對SFS系統中上部結構阻尼能量和土壤能量的比例表現出顯著的地震影響。
- (e) 在 $T_n = 0.5$  s和 $V_s = 180$  m/s時，土壤能量佔總輸入能量的百分比於El Centro和Loma Prieta地震作用下約為60%，但在Meinong地震作用下僅為29%。另觀察於所有情形下，Meinong地震作用下的土壤能量都小於El Centro和Loma Prieta地震。

#### 研究心得

感謝中技社頒獎肯定學生於研究上之努力，並將繼續延伸研究內容應用於實務工程、規範中，對於社會貢獻一己之力，並成為進步中的一環。



財團法人中技社  
CTCI FOUNDATION